EXAMEN INTRA (1/3), ACT 2121

ARTHUR CHARPENTIER

Les calculatrices sont autorisées. Les documents sont en revanche interdits.

Il y a 30 questions. Sur la feuille jointe, veuillez reporter vos réponses (une unique réponse par question)

- vous gagnez 1 points par bonne réponse
- vous gagnez 0 point par mauvaise réponse

Aucune justification n'est demandée.

Votre note finale est le total des points (sur 30).

$\boxed{1}$ Une compagnie fait une offre à quatre consommateurs potentiels. La compagnie croit que la probabilité de faire une vente est de 0.7 pour chacun des trois premiers consommateurs mais qu'elle est seulement de 0.2 pour le quatrième consommateur. Les achats d'un consommateur sont indépendants des achats d'un autre consommateur.

Calculer la probabilité qu'au plus deux consommateurs acceptent l'offre.

A) 40.2% B) 45.1% C) 48.7% D) 52.4% E) 56.9%

$\boxed{2}$ Un actuaire fait les constatations suivantes :

(i) Le taux d'accident des femmes qui conduisent est 0.015, lequel représente 80% du taux d'accident de tous les conducteurs.

(ii) Le taux d'accident des jeunes hommes qui conduisent est 4 fois le taux d'accident des hommes adultes qui conduisent.

Nombre de conducteurs selon l'âge et le sexe.

	Jeune	Adulte	Total
Femme	15 000	45 000	60 000
Homme	12 000	28 000	40 000
Total	27 000	73 000	100 000

Calculer le taux d'accident pour les jeunes hommes qui conduisent.

A) 3.1% B) 5.1% C) 7.1% D) 9.1% E) 11.1%

$\boxed{3}$ Dans une ville de 40 000 habitants on a les informations suivantes :

i) 80% des gens ont moins de 70 ans ;

ii) 60% ont terminé leurs études secondaires ;

iii) 50% gagnent plus de 40 000$ par année ;

iv) 75% de ceux qui ont terminé le secondaire ont moins de 70 ans ;

v) 50% de ceux qui ont moins de 70 ans gagnent plus de 40 000$ par année ;

vi) parmi ceux qui ont 70 ans ou plus et n'ont pas terminé leur secondaire, il y en a 40% qui gagnent plus de 40 000$/an.

Trouver le pourcentage de la population qui a plus de 70 ans, a terminé son secondaire et gagne moins de 40 000$ par an.

A) 4% B) 6% C) 7% D) 8% E) 9%

$\boxed{4}$ Les coefficients a et b de l'équation quadratique $x^2+ax+b=0$ sont déterminés en lançant deux fois un dé bien équilibré.
Trouver la probabilité que l'équation admette deux racines réelles distinctes.

A) 17/36 B) 1/6 C) 19/36 D) 1/3 E) 1/2

$\boxed{5}$ Vous avez une probabilité de 10% d'échouer le cours A et de 20% d'échouer le cours B (et les probabilités restent les mêmes si vous reprenez un de ces cours échoués). Quelle est la probabilité que vous soyez exclus du programme parce que vous avez échoué 2 fois le cours A ou deux fois le cours B ? (Les cours A et B sont obligatoires).

A) 0.0144 B) 0.144 C) 0.072 D) 0.0496 E) 0.064

$\boxed{6}$ Dans une classe, il y a 30 pupitres numérotés de 1 à 30. La classe comprend 18 filles et 12 garçons. Trouver la probabilité que le pupitre numéro 18 soit occupé par une fille.

A) 3/5 B) 2/5 C) 2/3 D) 1/30 E) 1/2

$\boxed{7}$ Deux nombres sont successivement choisis (avec remplacement) dans l'ensemble $\{1, 2, \ldots, 100\}$.

Trouver la probabilité que le premier soit strictement plus grand que le second.

A) 1/2 B) 49/100 C) 51/100 D) 99/200 E) 101/200

$\boxed{8}$ Dans un cours avec 33 inscrits, 17 ont obtenu un A à l'intra et 14 un A au final. Si 11 étudiants n'ont obtenu aucun A, combien ont eu deux fois des A ?

A) 22 B) 17 C) 14 D) 11 E) 9

$\boxed{9}$ Dans un groupe de 3 personnes le taux de décès est 0.2 et dans un groupe de 2 personnes le taux de décès est 0.1. Calculer la probabilité qu'au moins 4 de ces 5 personnes survivent.

A) 0.385 B) 0.500 C) 0.645 D) 0.792 E) 0.818

$\boxed{10}$ On estime que 50% des gens répondent à un questionnaire immédiatement et que 40% de ceux qui ne répondent pas immédiatement répondent après un rappel. Un questionnaire est envoyé à 4 personnes et une lettre de rappel à ceux qui ne répondent pas immédiatement. Trouver la probabilité qu'au moins trois des quatre personnes ne répondent pas du tout.

A) 0.084 B) 0.042 C) 0.008 D) 0.25 E) 0.025

$\boxed{11}$ Dans une série éliminatoire où la première équipe à remporter 4 parties emporte la série, l'équipe A mène par deux parties à une. Pour chaque partie la probabilité que A gagne est 0.7 (et que B gagne 0.3). Trouver la probabilité que B remporte la série.

A) 12.3% B) 10.5% C) 9.2% D) 8.4% E) 7.2%

$\boxed{12}$ Les réclamations sont classées comme petites ou grandes par la compagnie d'assurance. La probabilité qu'une réclamation soit petite est 0.75. S'il y a eu 7 réclamations ce mois-ci, trouver la probabilité qu'il y ait eu au moins six réclamations consécutives qui étaient petites.

A) 31.15% B) 22.25% C) 37.75% D) 44.50% E) 49.25%

$\boxed{13}$ Six dés bien équilibrés sont lancés. Trouver la probabilité que le nombre de 1 moins le nombre de 2 soit exactement 3.

A) 0.167 B) 0.080 C) 0.056 D) 0.045 E) 0.030

$\boxed{14}$ Les événements exhaustifs A et B (c'est-à-dire $A \cup B = S$) sont définis sur le même espace de probabilités S. À partir de $P(A) = \dfrac{1}{4}$ et $P(A|B) = \dfrac{1}{5}$, calculer $P(B|A)$.

A) $\dfrac{15}{16}$ B) $\dfrac{1}{5}$ C) $\dfrac{3}{4}$ D) $\dfrac{1}{4}$ E) $\dfrac{3}{16}$

$\boxed{15}$ On vous convie à un rendez-vous avec un(e) charmant(e) étudiant(e) choisi(e) aléatoirement dans le groupe ayant les données ci-dessous. Vous le (la) rencontrez sous la neige. Ses cheveux sont complètement couverts. Cependant ses jolis yeux bleus vous souhaitent la bienvenue. Calculer la probabilité pour qu'il(elle) soit blond(e).

	couleur des cheveux		
couleur des yeux	blond	brun	noir
bleu	15	9	1
brun	8	12	0

A) $\dfrac{1}{3}$ B) $\dfrac{3}{5}$ C) $\dfrac{15}{23}$ D) $\dfrac{2}{5}$ E) $\dfrac{107}{405}$

$\boxed{16}$ Le portfolio d'un assureur comprend 25% d'assurés de moins de 30 ans et 75% d'assurés de plus de 30 ans. Pour un assuré de moins de 30 ans le nombre d'accidents en une année suit une loi binomiale avec $n = 2$ et $p = 0.02$, pour ceux de plus de 30 ans c'est une Bernoulli avec $p = 0.01$. Si un assuré n'a pas eu d'accident l'an dernier, trouver la probabilité qu'il n'ait pas d'accident cette année.

A) 0.9824 B) 0.9826 C) 0.9828 D) 0.9830 E) 0.9832

$\boxed{17}$ Cent individus regroupés en dix groupes de dix participent à une longue étude portant sur leurs habitudes de consommation. On estime à 10% la probabilité qu'une personne abandonne avant la fin de l'étude et on considère que l'étude est validée pour un groupe si au moins huit des dix membres du groupe l'ont complétée.

Trouver la probabilité que l'étude soit validée pour au moins neuf des dix groupes.

A) 84.76% B) 80.22% C) 75.35% D) 70.88% E) 65.06%

$\boxed{18}$ Une compagnie d'assurance détermine que le nombre N de réclamations durant une année est tel que $P(N = n) = \frac{1}{2^{n+1}}$. Trouver la probabilité qu'il y ait un nombre impair de réclamations durant une année donnée.

A) $\dfrac{1}{2}$ B) $\dfrac{2}{3}$ C) $\dfrac{16}{27}$ D) $\dfrac{1}{3}$ E) $\dfrac{11}{27}$

$\boxed{19}$ Soit X et Y des variables discrètes de distribution conjointe donnée par le tableau suivant :

		$X=1$	$X=2$	$X=3$
Y	1	1/12	1/6	0
	2	1/18	13/36	1/3

Trouver $P(X \leq 2)$

A) $\dfrac{1}{12}$ B) $\dfrac{1}{4}$ C) $\dfrac{5}{36}$ D) $\dfrac{2}{3}$ E) $\dfrac{1}{3}$

$\boxed{20}$ Pour les variables aléatoires du problème 15, trouver $P(X \geq 2 \mid Y \geq 2)$.

A) $\frac{12}{31}$ B) $\frac{12}{36}$ C) $\frac{25}{27}$ D) $\frac{31}{36}$ E) $\frac{5}{36}$

$\boxed{21}$ Une compagnie d'assurance fait subir à chaque détenteur potentiel d'une police un examen pour détecter la haute tension artérielle. Soit X la variable aléatoire nombre d'examens complétés afin de trouver la première personne qui démontre une haute tension artérielle. On a $E[X] = 12.5$. Calculer la probabilité que la $6^{\text{ième}}$ personne qui subit un examen soit la première à avoir une haute tension (c'est-à-dire $P(X = 6)$).

A) 0.053 B) 0.080 C) 0.316 D) 0.394 E) 0.480

$\boxed{22}$ Pour les assurés d'une compagnie le nombre N de réclamations durant une année est tel que $P(N = n) = k\frac{2^{4n}}{3^{3n+1}}$ où k est une constante.
Trouver la probabilité qu'il y ait exactement une réclamation durant l'année.

A) $\frac{16}{81}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{176}{729}$ D) $\frac{16}{99}$ E) $\frac{16}{729}$

$\boxed{23}$ Si X et Y sont des variables aléatoires discrètes dont la fonction de probabilité conjointe est $f_{X,Y}(x, y) = \frac{1}{21}(x + y)$ pour $x = 1, 2, 3$ et $y = 1, 2$.
La fonction de densité de X sachant que $Y = 2$ sera :

A) $\frac{1}{21}(x + 2)$, $x = 1, 2, 3$ B) $\frac{x+2}{2x+3}$, $x = 1, 2, 3$ C) $\frac{1}{12}(x + 2)$, $x = 1, 2, 3$

D) $x + 2$, $x = 1, 2, 3$ E) $\frac{x+2}{8}$, $x = 1, 2, 3$

$\boxed{24}$ Une secrétaire juridique doit dactylographier un document de 200 pages. On suppose que sur toute page qu'elle tape le nombre d'erreurs typographiques suit une loi de Poisson de 3 erreurs par deux pages. De plus, toute page où elle a fait 3 erreurs ou plus doit être retapée. Trouver l'espérance du nombre de pages tapées pour aboutir à un document "correct" (c'est-à-dire avec pas plus de 2 coquilles par page).

A) 38.23 B) 47.28 C) 238.23 D) 273.97 E) 247.27

$\boxed{25}$ On suppose que le nombre de tremblements de terre en t années, soit $N(t)$, suit une loi de Poisson de moyenne $10t$. De plus tout tremblement de terre a une probabilité 0.01 d'être majeur, c'est-à-dire 5 ou plus à l'échelle Richter. Trouver la probabilité que pendant une période de 3 ans il y ait au moins un tremblement de terre majeur.

A) 0.175 B) 0.259 C) 0.300 D) 0.325 E) 0.505

$\boxed{26}$ Le nombre N de réclamations suit une loi de Poisson de paramètre $\lambda = 0.6$. Le montant X de toute réclamation (indépendamment des autres) suit une loi discrète de distribution $P(X = 1) = 0.2,\ P(X = 2) = 0.3,\ P(X = 3) = 0.5$. Trouver la probabilité que la réclamation totale S, soit 3 ou plus.

A) 0.2426 B) 0.2626 C) 0.2826 D) 0.3026 E) 0.3226

$\boxed{27}$ Soit X une variable aléatoire discrète suivant une loi de Poisson de moyenne 2.5. Quel est le mode de X ?

A) 1 B) 0.257 C) 2.5 D) 2 E) 0

$\boxed{28}$ Nous sommes en l'an 2245 et la compagnie Wawanasa assure un grand nombre de navettes spaciales, chacune de valeur 100 millions de dollars. Le nombre de navettes détruitent durant une année suit une loi de Poisson de moyenne 2. Wawanasa rembourse pour un maximum de quatre navettes par année.
Trouver l'écart-type du montant (en millions) du remboursement durant une année.

A) 184.8 B) 164.8 C) 144.8 D) 124.8 E) 104.8

$\boxed{29}$ Le nombre d'accidents de voitures par jour durant le mois de mai au coin des rues St-Denis et Sherbrooke suit une loi de Poisson de moyenne 2. En supposant l'indépendance d'un jour à l'autre, trouver la probabilité que sur une période de 4 jours en mai il y ait exactement deux accidents au coin de St-Denis et Sherbrooke.

A) $32e^{-8}$ B) $64e^{-8}$ C) $16e^{-4}$ D) $36e^{-6}$ E) $16e^{-8}$

$\boxed{30}$ Au service d'urgence d'un hôpital, le nombre de décès par jour suit une loi de Poisson de moyenne 2.
Quelle est la probabilité qu'en 5 jours consécutifs, il y ait un seul décès en tout ?

A) $10e^{-10}$ B) $5e^{-5}$ C) $32e^{-10}$ D) $5e^{-1}(1-e^{-1})^4$ E) $5e^{-2}(1-e^{-2})^4$