

**ACTUARIAT 1, ACT 2121, AUTOMNE 2013 #4-5**

ARTHUR CHARPENTIER

- 1] Un certain test médical révèle correctement, avec probabilité 0.85, qu'une personne a le sida lorsqu'elle l'a vraiment et révèle incorrectement, avec probabilité 0.1, que quelqu'un l'a alors qu'il ne l'a pas. Si 1% de toute la population a vraiment le sida, calculer la probabilité qu'une personne testée positive ait vraiment le sida.

A) 0.0085      B) 0.0791      C) 0.1075      D) 0.1500      E) 0.9000

- 2] Si deux cartes d'un jeu de cartes standard sont absentes. Trouver la probabilité qu'une carte choisie au hasard dans ce jeu "défectueux" soit un pique.

A)  $\frac{1}{13}$       B)  $\frac{2}{25}$       C)  $\frac{1}{12}$       D)  $\frac{3}{35}$       E)  $\frac{1}{4}$

- 3] L'urne I contient 25 boules rouges et 20 boules bleues. L'urne II contient 15 boules rouges et 10 boules bleues. On choisit au hasard une des deux urnes et on y pige une boule. Elle est bleue et on la retourne dans son urne où on pige une seconde boule.

Trouver la probabilité que cette dernière boule soit bleue aussi.

A) 0.4423      B) 0.4222      C) 0.4234      D) 0.4736      E) 0.5000

- 4] Une étude des accidents de motos montre que :

Modèle	Proportion des motos	probabilité d'accident
Harley	0.16	0.05
Honda	0.18	0.02
BMW	0.20	0.03
Autres	0.46	0.04

Sachant qu'une moto de marque Harley, Honda ou BMW a eu un accident, trouver la probabilité que ce soit une Harley.

- A) 0.22      B) 0.30      C) 0.033      D) 0.45      E) 0.50

- 5] Une étude montre que 40% des accidents d'auto avec décès sont causés par l'ivresse au volant, que 1% des accidents sont avec décès et que 20% de tous les accidents sont causés par l'ivresse.

Parmi les accidents sans décès, quel pourcentage n'implique aucun conducteur ivre ?

- A) 80.2%      B) 79.1%      C) 78%      D) 65.1%      E) 72.9%

- 6] L'urne I contient 9 boules rouges et une boule bleue. L'urne II contient une boule rouge et 5 boules bleues. On retire au hasard une boule de chaque urne et les 14 boules restantes sont toutes placées dans l'urne III. Si on pige ensuite au hasard une boule de l'urne III, trouver la probabilité qu'elle soit bleue.

- A) 0.20      B) 0.24      C) 0.28      D) 0.32      E) 0.36

- 7 On sait que 20% des clients d'une compagnie d'assurance vie sont fumeurs. De plus, on estime que la probabilité de mourir avant 50 ans est de 0.2 pour les fumeurs et de 0.1 pour les non-fumeurs. Si un client a survécu à 50 ans, trouver la probabilité qu'il soit non-fumeur.

A)  $\frac{1}{3}$       B)  $\frac{9}{10}$       C)  $\frac{9}{11}$       D)  $\frac{8}{10}$       E)  $\frac{2}{3}$

- 8 Les routes I, II et III sont les seules routes que l'on peut prendre pour s'échapper de la prison du Dakota. Les statistiques de la prison montrent que parmi toutes les tentatives d'évasion (réussies ou pas) 50% étaient par la route I (respectivement 30% par la route II; 20% par la route III). De plus, par la route I (respectivement par la route II; par la route III) le pourcentage d'évasion réussies est 80% (respectivement 75%; 92%).  
Trouver la probabilité qu'un prisonnier ayant réussi son évasion ait utilisé la route III.

A) 18%      B) 36%      C) 20%      D) 33%      E) 23%

- 9 On constate que 4% des accidents sont mortels et que les voitures récentes (moins de 3 ans) représentent 18% des accidents. Les voitures récentes causent 60% des accidents mortels, trouver la probabilité qu'une voiture soit non récente sachant qu'elle a été impliquée dans un accident non mortel.

A) 84%      B) 80%      C) 76%      D) 24%      E) 98%

- 10 Une compagnie d'assurance assure tous les employés de 20 petites entreprises de 25 employés chacune. La probabilité qu'un employé de la  $k^{\text{ième}}$  entreprise fasse une réclamation durant l'année est de  $(k + 5)\%$ . Sachant qu'un employé a fait une réclamation, trouver la probabilité qu'il soit de la  $10^{\text{ième}}$  entreprise.

A) 0.035      B) 0.050      C) 0.005      D) 0.048      E) 0.055

- 11 Une compagnie d'assurance a émis trois sortes d'assurances-vie. Il y a 50% de polices de type  $A$  avec 0.01 de probabilité de décès, 40% de type  $B$  avec probabilité 0.005 de décès et 10% de type  $C$  avec probabilité 0.001 de décès. Si un assuré décède, trouver la probabilité que sa police soit de type  $C$ .

A) 0.0001      B) 0.001      C) 0.2817      D) 0.0141      E) 0.0071

- 12 Une étude concernant les accidents de voitures a donné le tableau suivant :

Année du modèle	Proportion des autos	Probabilité d'un accident
1998	0.16	0.05
1999	0.18	0.02
2000	0.20	0.03
2001	0.46	0.04

Si une voiture d'une des années 1998, 1999 ou 2000 a un accident, trouver la probabilité qu'elle soit de l'année 1998.

A) 0.50      B) 0.45      C) 0.35      D) 0.30      E) 0.25

- 13 Trois boîtes sont numérotées 1, 2 et 3. La boîte  $k$  (pour  $k = 1, 2$  ou  $3$ ) contient  $5 - k$  boules rouges et  $k$  boules bleues. Vous pigez une boîte (la probabilité de piger la boîte  $k$  est proportionnelle à  $k$ ) puis deux boules (sans remise) dans la boîte choisie.

Trouver la probabilité que les boules pignées soient de couleurs différentes.

- A)  $\frac{17}{60}$     B)  $\frac{34}{75}$     C)  $\frac{1}{2}$     D)  $\frac{8}{15}$     E)  $\frac{17}{30}$

- 14 Le tableau suivant donne les probabilités de décès chez des patients atteints du cancer du rein. Si un des patients est décédé des suites de son cancer, trouver la probabilité qu'il soit un ado.

Type de patient	%	Probabilité de décès
Enfant	8%	0.15
Ado	16%	0.08
Adulte	45%	0.04
Âge d'or	31%	0.05

- A) 0.06    B) 0.16    C) 0.19    D) 0.22    E) 0.25

- 15 Une étude sur les écrasements d'avions de modèle Boeing 747, suivant l'année de construction, a donné les résultats suivants :

Année	Proportion des Boeing	Probabilité d'écrasement
1980	0.10	0.05
1985	0.15	0.04
1990	0.20	0.03
1995	0.25	0.02
2000	0.30	0.01

Si un Boeing 747 construit durant ces années s'écrase, trouver la probabilité qu'il ait été construit en 1980 ou 1985.

- A) 44%    B) 42%    C) 40%    D) 38%    E) 36%

- 16 On lance un dé à six faces qui est bien équilibré. Si le dé indique  $i$ , pour  $i = 1, 2, 3, 4, 5$  ou  $6$ , on lance  $i + 1$  pièces de monnaie. Trouver la probabilité qu'à la fin de cette expérience aléatoire on voit exactement cinq faces.

- A) 2.85%    B) 3.64%    C) 4.82%    D) 5.26%    E) 6.33%

- 17 Une compagnie d'assurance émet trois types de polices d'assurance  $A, B$  et  $C$ , dans les proportions 40%, 35% et 25% respectivement. Pour les trois types d'assurance, la probabilité d'un décès est respectivement de 0.01, 0.005 et 0.001.

Si un assuré décède, trouver la probabilité que sa police soit du type  $B$ .

- A) 12.08%    B) 17.55%    C) 22.89%    D) 29.17%    E) 32.14%

- 18] Une compagnie d'assurance automobile assure les conducteurs de tous âges. Un actuaire compile les statistiques suivantes sur les conducteurs assurés par la compagnie :

Âge du conducteur	Probabilité d'avoir un accident	Répartition des conducteurs assurés par la compagnie
16-20	0.06	0.08
21-30	0.03	0.15
31-65	0.02	0.49
66-99	0.04	0.28

Un conducteur qui est choisi au hasard et qui est assuré par la compagnie a un accident.

Calculer la probabilité que ce conducteur soit dans le groupe d'âges 21-65.

- A) 0.149      B) 0.472      C) 0.303      D) 0.323      E) 0.528

- 19] Les données sur un certain test de grossesse indiquent que pour une femme enceinte le test donnera un résultat négatif (elle n'est pas enceinte) dans 10% des cas. Pour une femme qui n'est pas enceinte, le test donnera un résultat positif dans 20% des cas. De plus, on sait que 30% des femmes qui passent le test sont enceintes. Déterminer la probabilité qu'une femme est enceinte étant donné que le résultat de son test est positif.

- A) 55.75%      B) 65.85%      C) 70.50%      D) 75.65%      E) 85.65%

- 20 Dans une urne, il y a 7 boules blanches et 13 boules noires. Deux boules sont pigées et retirées de l'urne sans regarder. Une troisième boule est ensuite pigée et elle est blanche.

Trouver la probabilité que les deux boules retirées au début étaient noires.

- A) 52%      B) 16%      C) 25%      D) 46%      E) 35%

- 21 Un certain cancer frappe une personne sur 5 000. Si la maladie est présente, un test la détecte dans 92% des cas ; mais si une personne n'a pas ce cancer le test sera positif une fois sur 500. Une personne vient de passer le test et il est positif.

Trouver la probabilité que cette personne ait réellement le cancer.

- A) 1%      B)  $\frac{1}{500}$       C)  $\frac{1}{5\,000}$       D) 8%      E) 8.4%

- 22 Trois boîtes identiques contiennent les pièces de monnaie suivantes :

boîte 1 : 2 25¢

boîte 2 : 1 25¢ et 2 10¢

boîte 3 : 1 25¢ et 1 10¢

On retire une pièce dans l'une des trois boîtes choisie au hasard et on obtient un 25¢. Quelle est la probabilité que la boîte choisie contienne au moins un 10¢ ?

- A) 1/3      B) 5/11      C) 2/3      D) 1/2      E) 4/7



- 23 Dans mon portefeuille, j'ai, ou bien, un billet de 10\$, ou bien, un billet de 20\$ (avec probabilité 0.5 pour chaque possibilité). J'ajoute un billet de 10\$ sans regarder ce que j'avais. Plus tard, je retire au hasard un des deux billets ; c'est un 10\$.

Trouver la probabilité que le billet restant soit aussi un 10\$.

- A)  $2/3$       B)  $1/2$       C)  $1/3$       D)  $1/4$       E)  $5/12$

- 24 Un éleveur a deux étables. Dans la première il y a 20 chevaux et 15 vaches, dans la seconde 25 chevaux et 10 vaches. Au hasard un des 45 chevaux quitte son étable et retourne au hasard dans une des deux étables. Plus tard un animal sort de l'étable où le cheval est entré. Trouver la probabilité que cet animal soit aussi un cheval.

- A) 0.643      B) 0.357      C) 0.452      D) 0.648      E) 0.555

- 25 Une compagnie d'assurance fait remplir un formulaire à ses clients. La compagnie estime que 20% des fumeurs vont mentir à la question : « Êtes-vous fumeur ? » Les non-fumeurs eux répondent toujours la vérité à cette question. En supposant que 30% de la population fume, trouver la probabilité qu'un client soit réellement non-fumeur lorsqu'il répond : « Non ».

- A) 70%      B) 76%      C) 80%      D) 86%      E) 92%

26 Dans une urne, il y a 6 boules rouges et 5 boules bleues ; dans une seconde urne, il y a 9 boules rouges. Une urne est choisie au hasard et trois boules y sont pigées. Si ces trois boules sont toutes rouges, trouver la probabilité qu'elles provenaient de la première urne.

- A)  $\frac{4}{33}$       B)  $\frac{2}{33}$       C)  $\frac{4}{37}$       D)  $\frac{2}{37}$       E)  $\frac{2}{3}$

27 Dans une certaine compagnie, 5% (respectivement 2%) des hommes (respectivement des femmes) gagnent plus de 120 000\$. De plus 30% des employés sont des femmes. Si une personne gagne plus de 120 000\$, trouver la probabilité que ce soit une femme.

- A) 40%      B) 30%      C) 15%      D) 25%      E) 20%

28 Un inspecteur est informé qu'un certain casino utilise parfois (avec probabilité 0.1) un jeu de cartes «truqué» pour les parties de Blackjack. Avec un jeu de cartes standard (respectivement truqué) la probabilité pour le casino de gagner est de 0.52 (respectivement 0.75). L'inspecteur joue et perd 10 parties de Blackjack consécutives.

Trouver la probabilité que le jeu de cartes utilisé était truqué.

- A) 81%      B) 63%      C) 45%      D) 19%      E) 8%

29] Dans un petit casino, il y a 10 machines. La probabilité de gagner avec une machine est de 0.2, excepté pour une seule des dix machines qui est "défectueuse" et avec laquelle on gagne avec une probabilité de 0.6. Vous choisissez une machine au hasard et jouez trois fois. Sachant que vous avez gagné trois fois en trois essais, trouvez la probabilité que vous gagniez encore à un quatrième essai avec la même machine.

- A)  $xy/12$       B)  $x^2/12$       C)  $12y/12$       D)  $12/x^2$       E)  $1/12x^2$

30] Une urne contient 4 boules rouges et 5 boules bleues. Le chiffre donné par le jet d'un dé équilibré indique le nombre de boules que l'on va tirer de l'urne. Sachant que toutes les boules tirées ont été rouges, trouver la probabilité que le dé avait fait 2.

- A) 20%      B) 25%      C) 30%      D) 35%      E) 40%

31] Vous avez dans votre poche 10 pièces de monnaie indistinguables. Une pièce est biaisée et fera face avec probabilité 0.8 alors que les neuf autres sont non-biaisées. Vous prenez une pièce au hasard et la lancez cinq fois. Sachant que les cinq résultats ont été des faces, trouver la probabilité qu'un sixième lancer de cette même pièce donne encore face.

- A)  $\frac{1}{2}$       B)  $\frac{4}{5}$       C)  $\frac{13}{20}$       D) 0.54      E) 0.66

32 Une vaste campagne publicitaire pour la vente de l'épluche-patates Cuisinord a été faite à la télévision. 60% des appels téléphoniques à la compagnie sont répondus par un préposé ; le reste des 40% des gens doivent laisser leur numéro de téléphone. De ces 40%, exactement 75% sont rappelés le jour même et les autres 25% sont rappelés le lendemain. On constate que 80% des gens à qui un préposé a répondu directement ont acheté un épluche-patates Willi Waller, 60% de ceux rappelés le jour même et 40% de ceux rappelés le lendemain, l'ont acheté. Sachant qu'une personne a acheté un épluche-patates par téléphone durant cette promotion, trouver la probabilité que cette personne avait été répondu directement par un préposé.

- A) 80%      B) 76.4%      C) 72.32%      D) 70%      E) 68.57%

33 L'urne I contient 8 boules rouges et une boule bleue. L'urne II contient une boule rouge et 2 boules bleues. On retire au hasard une boule de chaque urne et les 10 boules restantes sont toutes placées dans l'urne III. Si on pige au hasard une boule de l'urne III, trouver la probabilité qu'elle soit bleue.

- A)  $\frac{1}{5}$       B)  $\frac{3}{10}$       C)  $\frac{4}{9}$       D)  $\frac{1}{3}$       E)  $\frac{2}{9}$

34 Trois boîtes identiques contiennent les pièces de monnaie suivantes :

boîte 1 : 2 25¢ et 1 5¢

boîte 2 : 1 25¢ et 2 10¢

boîte 3 : 1 25¢ et 1 10¢

On retire une pièce de l'une des trois boîtes choisie au hasard et on obtient un 25¢. Quelle est la probabilité que la boîte choisie contienne un 5¢ ?

- A) 1/3      B) 4/9      C) 5/9      D) 1/2      E) 1/4

- 35 Un actuaire qui étudie les accidents d'automobiles avec décès dans la ville de Montréal a compilé les données suivantes :

Météo du jour	% des jours	probabilité d'accident mortel
pluie	20%	0.05
neige	25%	0.08
grêle	1%	0.10
verglas	2%	0.15
sans précipitation	52%	0.03

Sachant que le jour de la fête de madame Jeanne Beaulieu (que vous ne connaissez absolument pas!) il n'y a pas eu d'accident d'autos mortel à Montréal, trouver la probabilité que c'était une journée sans précipitation.

- A) 50%      B) 51%      C) 52%      D) 53%      E) 54%

- 36 Dans une entreprise, 35% des hommes et 25% des femmes cotisent à un régime supplémentaire de retraite. De plus, 55% des employés de cette entreprise sont des femmes. Un employé choisi au hasard cotise au régime supplémentaire de retraite.

Trouver la probabilité que cet employé soit une femme.

- A) 0.4452      B) 0.4661      C) 0.5095      D) 0.5216      E) 0.5551

- 37 On lance un dé à six faces qui est bien équilibré. Si le dé indique  $i$ , pour  $i = 1, 2, 3, 4, 5$  ou  $6$ , on lance  $i$  pièces de monnaie. Trouver la probabilité qu'à la fin de cette expérience aléatoire on voit exactement cinq faces.

- A)  $\frac{1}{128}$       B)  $\frac{1}{64}$       C)  $\frac{1}{48}$       D)  $\frac{1}{24}$       E)  $\frac{1}{12}$

38] Vous avez dans votre poche 2 pièces de monnaie indistinguables. Une pièce est biaisée et fera face avec probabilité 0.8 alors que l'autre est non-biaisée. Vous prenez une pièce au hasard et la lancez cinq fois. Sachant que les cinq résultats ont été des faces, trouver la probabilité qu'un sixième lancé de cette même pièce donne encore face.

- A) 0.774      B) 0.73      C) 0.5      D) 0.67      E) 0.8

39] Soit  $K$  une variable aléatoire discrète prenant les valeurs  $k = 0, 1, 2, \dots$ , avec  $P(K = k) = p_k$ . Si  $p_0 = p_1$  et  $\forall k \geq 1, p_{k+1} = \frac{1}{k}p_k$ . Trouver  $p_0$ .

- A)  $\ln e$       B)  $e - 1$       C)  $(e + 1)^{-1}$       D)  $e^{-1}$       E)  $(e - 1)^{-1}$

40] Trois dés à 6 faces numérotés  $x = 1, 2, 3, 4, 5, 6$  ont les distributions suivantes :

$$f_1(x) = \frac{1}{6}; f_2(x) = \frac{x}{21}; f_3(x) = \frac{x^2}{91}$$

Un dé est choisi au hasard et est lancé. Sachant que le résultat a été un 5, trouver la probabilité que c'était le 1<sup>er</sup> dé.

- A) 0.167      B) 0.205      C) 0.333      D) 0.400      E) 0.245

41] Soit  $X$  et  $Y$  deux variables aléatoires discrètes de fonction de probabilité conjointe :  $f_{X,Y}(x, y) = y/24x$  pour  $x = 1, 2, 4, y = 2, 4, 8, x \leq y$ , et  $f_{X,Y}(x, y) = 0$  autrement. Trouver  $P\left(X + \frac{Y}{2} \leq 5\right)$ .

- A)  $\frac{2}{3}$       B)  $\frac{7}{24}$       C)  $\frac{3}{8}$       D)  $\frac{5}{8}$       E)  $\frac{17}{24}$

- 42) Soit un dé (très biaisé!) à 6 faces numérotées de 1 à 6 avec fonction de densité  $f(x) = x/21$  pour  $x = 1, 2, \dots, 6$ . Soit  $X$  le nombre de lancers nécessaires *avant* d'obtenir un 6.

Calculer le plus petit  $y$  tel que  $P(X \geq y) \leq \frac{1}{2}$ .

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

On lance un dé à 6 faces successivement.

Trouver la probabilité d'obtenir le premier 5 au 5<sup>ème</sup> coup.

- A)  $\frac{1}{6}$       B)  $\frac{1}{6^5}$       C)  $\frac{5}{6}$       D)  $\frac{5^4}{6^5}$       E)  $1 - \frac{5^5}{6^5}$

- 43) Les variables aléatoires discrètes  $X, Y, Z$  sont de distribution simultanée :

$$f_{X,Y,Z}(x, y, z) = \frac{x + y + z}{36} \quad \text{où } x = 0, 1, 2, \quad y = 1, 2 \quad \text{et } z = 0, 1.$$

Calculer  $P(X \geq Y + Z)$ .

- A)  $\frac{11}{36}$       B)  $\frac{1}{3}$       C)  $\frac{13}{36}$       D)  $\frac{5}{12}$       E)  $\frac{4}{9}$

- 44) Soit  $N$  (où  $N \geq 1$  seulement) le nombre de réclamations. Supposons qu'on a :

$$P(N = n) = c \frac{2^n}{n!}$$

Trouver la probabilité d'avoir deux réclamations ou plus.

- A) 0.594      B) 0.622      C) 0.687      D) 0.714      E) 0.801

45 Les clients potentiels d'une compagnie d'assurance sont toujours testés pour la haute pression. On suppose  $E[X] = 12.5$  où  $X$  est le nombre de personnes testées jusqu'à ce que l'on trouve une première personne souffrant de haute pression. Trouver la probabilité que la première personne souffrant de haute pression soit la sixième.

- A) 0.002      B) 0.053      C) 0.080      D) 0.316      E) 0.394

46 On lance successivement un dé bien équilibré à 6 faces. Soit  $X$  le nombre de lancers *avant* d'obtenir la première fois un six. Trouver  $E[X]$ .

- A) 5      B) 3      C) 30      D) 6      E) 2

47 Pour la variable aléatoire discrète (dite *géométrique*) du problème précédent, trouver  $\text{Var}[X]$ .

- A) 30      B) 36      C) 6      D) 5      E)  $\frac{35}{12}$

48 En modélisant le nombre de réclamations d'un client durant un an, l'actuaire pose  $p_{n+1} = \frac{1}{3}p_n$  où  $p_n$  est la probabilité de faire  $n$  réclamations,  $n \geq 0$ .

Trouver l'espérance du nombre de réclamations.

- A)  $\frac{2}{3}$       B) 2      C)  $\frac{1}{3}$       D)  $\frac{1}{2}$       E) 1



- 49] Le portfolio d'un assureur comprend 25% d'assurés de moins de 30 ans et 75% d'assurés de plus de 30 ans. Pour un assuré de moins de 30 ans le nombre d'accidents en une année suit une loi binomiale avec  $n = 2$  et  $p = 0.02$ , pour ceux de plus de 30 ans c'est une Bernoulli avec  $p = 0.01$ . Si un assuré n'a pas eu d'accident l'an dernier, trouver la probabilité qu'il n'ait pas d'accident cette année.
- A) 0.9824      B) 0.9826      C) 0.9828      D) 0.9830      E) 0.9832
- 50] Cent individus regroupés en dix groupes de dix participent à une longue étude portant sur leurs habitudes de consommation. On estime à 10% la probabilité qu'une personne abandonne avant la fin de l'étude et on considère que l'étude est validée pour un groupe si au moins huit des dix membres du groupe l'ont complétée.
- Trouver la probabilité que l'étude soit validée pour au moins neuf des dix groupes.
- A) 84.76%      B) 80.22%      C) 75.35%      D) 70.88%      E) 65.06%
- 51] Une compagnie d'assurance détermine que le nombre  $N$  de réclamations durant une année est tel que  $P(N = n) = \frac{1}{2^{n+1}}$ . Trouver la probabilité qu'il y ait un nombre impair de réclamations durant une année donnée.
- A)  $\frac{1}{2}$       B)  $\frac{2}{3}$       C)  $\frac{16}{27}$       D)  $\frac{1}{3}$       E)  $\frac{11}{27}$

- 52 Soit  $X$  et  $Y$  des variables discrètes de distribution conjointe donnée par le tableau suivant :

		X		
		1	2	3
Y	1	1/12	1/6	0
	2	1/18	13/36	1/3

Trouver  $P(X \leq 2)$

- A)  $\frac{1}{12}$       B)  $\frac{1}{4}$       C)  $\frac{5}{36}$       D)  $\frac{2}{3}$       E)  $\frac{1}{3}$

- 53 Pour les variables aléatoires du problème 15, trouver  $P(X \geq 2 | Y \geq 2)$ .

- A)  $\frac{12}{31}$       B)  $\frac{12}{36}$       C)  $\frac{25}{27}$       D)  $\frac{31}{36}$       E)  $\frac{5}{36}$

- 54 Une compagnie d'assurance fait subir à chaque détenteur potentiel d'une police un examen pour détecter la haute tension artérielle. Soit  $X$  la variable aléatoire nombre d'examens complétés afin de trouver la première personne qui démontre une haute tension artérielle. On a  $E[X] = 12.5$ . Calculer la probabilité que la 6<sup>ième</sup> personne qui subit un examen soit la première à avoir une haute tension (c'est-à-dire  $P(X = 6)$ ).

- A) 0.053      B) 0.080      C) 0.316      D) 0.394      E) 0.480

- 55 Pour les assurés d'une compagnie le nombre  $N$  de réclamations durant une année est tel que  $P(N = n) = k \frac{2^{4n}}{3^{3n+1}}$  où  $k$  est une constante.

Trouver la probabilité qu'il y ait exactement une réclamation durant l'année.

- A)  $\frac{16}{81}$       B)  $\frac{1}{3}$       C)  $\frac{176}{729}$       D)  $\frac{16}{99}$       E)  $\frac{16}{729}$

- 56 Si  $X$  et  $Y$  sont des variables aléatoires discrètes dont la fonction de probabilité conjointe est  $f_{X,Y}(x, y) = \frac{1}{21}(x + y)$  pour  $x = 1, 2, 3$  et  $y = 1, 2$ .

La fonction de densité de  $X$  sachant que  $Y = 2$  sera :

- A)  $\frac{1}{21}(x + 2)$ ,  $x = 1, 2, 3$       B)  $\frac{x + 2}{2x + 3}$ ,  $x = 1, 2, 3$       C)  $\frac{1}{12}(x + 2)$ ,  $x = 1, 2, 3$   
 D)  $x + 2$ ,  $x = 1, 2, 3$       E)  $\frac{x + 2}{8}$ ,  $x = 1, 2, 3$

- 57 Dans un examen à choix multiples il y a 10 questions avec 5 choix possibles pour chacune des réponses. Un étudiant choisit au hasard ses réponses. Soit  $P$  la probabilité que son score soit strictement meilleur que ce que le hasard prédit.

Quelle est la fraction la plus près de  $P$ ?

- A)  $2/3$       B)  $1/2$       C)  $1/5$       D)  $1/4$       E)  $1/3$

- 58 Soit  $X$  telle que  $P(X = x) = 2 \cdot 3^{-x}$  pour  $x = 1, 2, 3, \dots$ . Trouver  $P(X \text{ est impair})$ .

- A)  $1/4$       B)  $2/7$       C)  $1/3$       D)  $2/3$       E)  $3/4$

- 59 Les vaccins anti-grippes produits par le laboratoire Miron ont chacun une probabilité de 0.005 d'être "défectueux". Dix boîtes de 100 vaccins sont livrées à la clinique Jmeçanmal. Trouvez la probabilité que plus de deux boîtes soient inacceptables, où une boîte est considérée comme acceptable si elle contient 98 bons vaccins ou plus.

- A) 0.31      B) 0.031      C) 0.0031      D) 0.00031      E) 0.000031

- [60] Trois machines remplissent (de façon indépendante) des contenants d'un litre de lait. Il y a toujours une probabilité 0.1 que le contenant contienne moins d'un litre. De plus, les machines remplissent respectivement 120, 90 et 60 contenants à l'heure. Trouver la probabilité qu'entre 10h20 et 11h00 exactement 20 contenants contiennent moins d'un litre.

$$\begin{array}{lll} \text{A) } \binom{270}{20} \cdot (0.1)^{20} \cdot (0.9)^{250} & \text{B) } (0.1)^{20} \cdot (0.9)^{160} & \text{C) } \binom{180}{20} \cdot (0.09)^{20} \cdot (0.9)^{140} \\ \text{D) } \binom{180}{40} \cdot (0.1)^{40} \cdot (0.9)^{140} & & \text{E) } \frac{(0.9)^{140}}{\binom{180}{20}} \end{array}$$

- [61] Cent individus, regroupés en dix groupes de dix, participent à une longue étude portant sur leurs habitudes de consommation. On estime à 5% la probabilité qu'une personne abandonne avant la fin de l'étude et on considère que l'étude est validée pour un groupe si au moins huit des dix membres du groupe l'ont complétée.

Trouver la probabilité que l'étude soit validée pour au moins huit des dix groupes.

$$\text{A) } 84.76\% \quad \text{B) } 89.95\% \quad \text{C) } 95.35\% \quad \text{D) } 98.8\% \quad \text{E) } 99.98\%$$

- [62] Une variable aléatoire discrète  $X$  prenant les valeurs  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$  est telle que

$P(X = n) = a_n - a_{n+1}$  où  $\{a_n\}_{n \geq 0}$  est une suite telle que  $a_0 = 1$  et  $a_0 > a_1 > a_2 > \dots > 0$ . Calculer la valeur de  $P(X \leq 6 \mid X > 1)$ .

$$\text{A) } a_2 - a_7 \quad \text{B) } a_2 - a_6 \quad \text{C) } 1 - \frac{a_6}{a_2} \quad \text{D) } 1 - \frac{a_7}{a_2} \quad \text{E) } \frac{a_7}{a_2}$$

63 Soit  $X$  et  $Y$  des variables discrètes de distribution conjointe :

		$X$	
		2	7
23mmY	1	$a + b$	$a + 2b$
	5	$a + 2b$	$a + b$

où  $a$  et  $b$  sont des constantes. Si  $X$  et  $Y$  sont indépendantes, trouver  $(a, b)$ .

- A)  $\left(\frac{1}{16}, \frac{1}{8}\right)$     B)  $\left(-\frac{1}{8}, \frac{1}{4}\right)$     C)  $\left(-\frac{1}{4}, \frac{1}{3}\right)$     D)  $\left(\frac{1}{4}, 0\right)$     E)  $\left(0, \frac{1}{6}\right)$

64 Combien doit-on s'attendre à jouer de parties de Poker avant de recevoir pour la première fois une main de 4 as (sur 5 cartes) ?

- A) 5 476    B) 54 145    C) 216 580    D) 259 896    E) 2 598 960

65 Julien a deux pièces de 25 sous et dix pièces de 10 sous. Il veut acheter, de la machine distributrice, deux jus d'orange à 75 sous pour sa copine Mélisande et lui-même. La machine est cependant défectueuse et n'accepte une pièce de monnaie qu'une fois sur deux. Lorsque Julien dépose 75 sous de monnaie dans la machine et qu'au moins une des pièces est refusée, la machine lui rend toute la monnaie et c'est un échec. Trouver la probabilité qu'après 100 essais, le patient Julien n'ait toujours pas ses deux jus d'orange.

- A) 0.2070    B) 0.0033    C) 0.3286    D) 0.5357    E) 0.6115

66 Soit  $K$  une variable aléatoire discrète prenant les valeurs  $k = 1, 2, \dots$  avec  $P(K = k) = p_k$ . Si  $\forall k \geq 1, p_{k+1} = \frac{1}{k}p_k$ . Trouver  $p_2$ .

- A)  $\ln(e - 1)$       B)  $e - 2$       C)  $(e + 1)^{-1}$       D)  $e^{-1}$       E)  $(e - 1)^{-1}$

67 Une compagnie d'assurance assure tous les employés de 10 petites entreprises de 20 employés chacune. La probabilité qu'un employé de la  $k^{\text{ième}}$  entreprise fasse une réclamation durant l'année est de  $(k + 5)\%$ . Sachant qu'un employé a fait une réclamation, trouver la probabilité qu'il soit de la  $10^{\text{ième}}$  entreprise.

- A)  $\frac{1}{15}$       B)  $\frac{1}{10}$       C)  $\frac{1}{9}$       D)  $\frac{1}{7}$       E)  $\frac{1}{5}$

68 Dans un examen à choix multiples il y a 10 questions avec 5 choix possibles pour chacune des réponses. Un étudiant choisit au hasard ses réponses. Soit  $P$  la probabilité que son score soit de 7 ou plus. Quelle est la fraction la plus près de  $P$ ?

- A)  $1/10$       B)  $1/100$       C)  $1/1\,000$       D)  $1/10\,000$       E)  $1/100\,000$

69 Une compagnie d'assurance a déterminé que 1% de tous ses clients ont le sida. Trouver la probabilité que parmi 200 clients pris au hasard pas plus de deux aient le sida.

- A) 50%      B) 56.67%      C) 60%      D) 63.33%      E) 67.67%

- 70 En modélisant le nombre de réclamations d'un client durant un an, l'actuaire pose  
pose  
 $p_{n+1} = \frac{1}{4}p_n$  où  $p_n$  est la probabilité de faire  $n$  réclamations,  $n \geq 0$ . Trouver la variance du nombre de réclamations.

A)  $\frac{1}{4}$       B)  $\frac{4}{3}$       C) 1      D)  $\frac{4}{9}$       E)  $\frac{2}{3}$

- 71 Si  $X$  et  $Y$  sont des variables aléatoires discrètes dont la fonction de probabilité conjointe est  $f_{X,Y}(x, y) = \frac{1}{21}(x + y)$  pour  $x = 1, 2$  et  $y = 1, 2, 3$ . La fonction de densité de  $Y$  sachant que  $X = 2$  sera :

A)  $\frac{1}{3}$       B)  $\frac{y+2}{y+3}$       C)  $\frac{1}{12}(y+2)$       D)  $\frac{1}{21}(y+2)$       E)  $\frac{y}{6}$