ACTUARIAT 1, ACT 2121, AUTOMNE 2013 #2-3

ARTHUR CHARPENTIER

$\boxed{1}$ Soit A, B et C trois événements. Supposons A et B indépendants, B et C mutuellement exclusifs, $P(A) = \frac{1}{4}, P(B) = \frac{1}{6}$ et $P(C) = \frac{1}{2}$.

Trouver $P((A \cap B)^c \cup C)$. (Ici $(A \cap B)^c$ dénote le complémentaire de $A \cap B$).

A) $\dfrac{1}{24}$ B) $\dfrac{1}{3}$ C) $\dfrac{1}{2}$ D) $\dfrac{2}{3}$ E) $\dfrac{23}{24}$

$\boxed{2}$ Si A et B sont deux événements tels que $P(A) = 0.5$ et $P(B) = 0.8$, calculer la plus grande valeur possible de $P(A \cup B) - P(A \cap B)$.

A) 0.5 B) 0.8 C) 0.7 D) 0.4 E) 0.3

$\boxed{3}$ Soit A et B deux événements. Si $P(A \cup B) = 0.6$ et $P(A \cup B^c) = 0.8$, déterminer $P(A)$.

A) 35% B) 40% C) 45% D) 50% E) 55%

$\boxed{4}$ Les événements A, B et C définis sur le même espace de probabilités satisfont

$$P(A) = \frac{1}{2},\ P(B) = \frac{1}{4} \text{ et } P(C) = \frac{1}{8}$$

Sachant que A et B sont indépendants, que A et C sont mutuellement exclusifs (ou incompatibles) et que B et C sont indépendants, calculer $P(A \cup B \cup C)$.

A) $\frac{1}{64}$ B) $\frac{21}{32}$ C) $\frac{43}{64}$ D) $\frac{23}{32}$ E) $\frac{7}{8}$

$\boxed{5}$ Si A et B sont deux événements d'un même espace de probabilités et $P(A \cup B) = 3P(A) = 6P(A \cap B)$. Trouver $P(B)/P(A)$.

A) 1 B) 2 C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

$\boxed{6}$ Soit A, B et C trois événements indépendants ayant chacun probabilité $1/3$.
Calculer $P(A \cup B \cup C)$.

A) 1/27 B) 2/3 C) 19/27 D) 26/27 E) 1

$\boxed{7}$ Soit A et B deux événements indépendants tels que $P(A \cup B) = 0.85$ et $P(A^c) = 0.25$. Trouver $P(B)$.

A) 0.2 B) 0.3 C) 0.4 D) 0.5 E) 0.6

$\boxed{8}$ On lance trois dés pipés (c'est-à-dire mal équilibrés). Considérons les événements suivants :

A : le résultat du 1$^{\text{er}}$ dé est plus petit que 3

B : le résultat du 2$^{\text{e}}$ dé est plus petit que 4

C : le résultat du 3$^{\text{e}}$ dé est plus petit que 5

$\boxed{9}$ Supposons que $P(A) = 0.1$, $P(B) = 0.8$ et $P(C) = 0.3$. Trouver la valeur de

$$P(A \cup B) + P(B \cup C) + P(A \cup C).$$

A) 0.95 B) 1.25 C) 1.65 D) 1.95 E) 2.05

$\boxed{10}$ « Bonjour, je m'appelle Arthur Charpentier et je suis votre professeur de probabilités. Je ne vous conterai pas ma vie mais je suis mathématicien et j'ai trois enfants. D'ailleurs je vous présente ma fille Fleur qui est ici aujourd'hui » Trouver la probabilité que mes trois enfants soient toutes des filles. (On suppose que vous ne disposez d'aucune autre information concernant le sexe de mes trois enfants).

A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{2}$

$\boxed{11}$ Si A, B et C sont trois événements tels que : $P(A|B) = P(B|C) = P(C|A) = p$, $P(A \cap B) = P(A \cap C) = P(B \cap C) = r$ et $P(A \cap B \cap C) = s$. Trouver : $P(A \cup B \cup C)$.

A) $\dfrac{r^3}{p^3}$ B) $\dfrac{3p}{r} - r + s$ C) $\dfrac{3r}{p} - 3r + s$ D) $\dfrac{3p}{r} - 6r + s$ E) $\dfrac{3r}{p} - 3r + s$

$\boxed{12}$ A envoie un courriel à B mais ne reçoit pas de réponse. Nous supposons qu'un courriel sur n est perdu et que si B a reçu le courriel de A, il lui a répondu. Trouver la probabilité que B ait reçu le courriel.

A) $\dfrac{n-1}{2n-1}$ B) $\dfrac{1}{n}$ C) $\dfrac{n-1}{n^2}$ D) $\dfrac{1}{n^2} + \dfrac{1}{n}$ E) $\dfrac{2}{n}$

$\boxed{13}$ Pour une compagnie d'assurance, il y a 10% des assurés qui sont fumeurs. La probabilité qu'un fumeur (respectivement non-fumeur) meurt durant l'année est 0.05 (respectivement 0.01). Les temps de décès de tous ceux qui meurent sont supposés uniformément distribués durant l'année.
Trouver la probabilité que le premier assuré à mourir durant l'année soit un fumeur.

A) 0.05 B) 0.20 C) 0.36 D) 0.56 E) 0.90

$\boxed{14}$ Émilie joue au bridge avec trois de ses copines. Elle annonce sans mentir avoir le roi de pique. Trouver la probabilité qu'elle ait au moins un roi de plus. Au départ chacune a reçu une main de 13 cartes provenant d'un jeu standard de 52 cartes.

A) 25% B) 33% C) 45% D) 56% E) 63%

$\boxed{15}$ Une boîte contient 4 balles rouges et 6 balles blanches. On retire au hasard 3 balles. Trouver la probabilité d'avoir pris une rouge et deux blanches sachant qu'il y avait au moins deux blanches de tirées.

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{9}{11}$ E) $\frac{54}{55}$

$\boxed{16}$ Trouver $P(A \cap B)$ si $P(A|B) = 2P(B|A)$ et $P(A \cup B) = 4P(A \cap B)$.

A) $P(A)/5$ B) $P(B|A)/2$ C) $P(B)$ D) $P(B)/4$ E) $3P(B)/5$

$\boxed{17}$ Dans un jeu de cartes standard, on pige au hasard un ensemble de 10 cartes. Si exactement 4 de ces 10 cartes sont des coeurs, trouver la probabilité qu'il y ait au moins un pique parmi les 10 cartes.

A) 93% B) 92% C) 91% D) 90% E) 88%

$\boxed{18}$ Vous entreprenez un long voyage en avion de Montréal à Sydney (Australie). Le voyage se fera en trois étapes ; un vol de la compagnie A de Montréal à Boston, puis un vol de la compagnie B de Boston à Los Angeles, et finalement un vol de la compagnie C de Los Angeles à Sydney. Les probabilités de perdre un bagage pour les compagnies A, B et C, sont respectivement 0.05, 0.01, 0.02. Si en arrivant à Sydney vous constatez que votre bagage a été perdu, qu'elle est la probabilité que ce soit la compagnie B qui l'ait perdu.

A) 0.1213 B) 0.1250 C) 0.2426 D) 0.25 E) 0.3333

$\boxed{19}$ Lors d'un marathon, la probabilité qu'un marathonien franchisse la moitié du circuit (respectivement la ligne d'arrivée) est 0.75 (respectivement 0.5). Quelle est la probabilité qu'un marathonien ayant atteint la moitié du circuit atteigne la ligne d'arrivée ?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

$\boxed{20}$ Un test médical détecte un cancer du sein dans 98% des cas où il y a cancer. Le test dit qu'il y a cancer pour 1% des patients qui n'ont pas le cancer. Si (0.5)% des patientes ont le cancer, trouver la probabilité que le test dise qu'une patiente n'a pas le cancer bien qu'elle l'ait.

A) 2% B) 20% C) 0.5% D) 98% E) 99%

$\boxed{21}$ Une recherche médicale montre que pour 2 811 décès en 2001, il y avait 630 décès dus à des problèmes cardiaques. De plus 936 personnes souffraient d'embonpoint et de celles-ci 306 sont décédées de troubles cardiaques. Trouver la probabilité qu'une de ces personnes soit morte à cause de problèmes cardiaques sachant qu'elle ne souffrait pas d'embonpoint.

A) 0.514 B) 0.327 C) 0.224 D) 0.115 E) 0.173

$\boxed{22}$ Si $P(A) = \frac{1}{6}$, $P(B) = \frac{5}{12}$ et $P(A|B)+P(B|A) = \frac{7}{10}$, alors que vaut $P(A\cap B)$?

A) 1/36 B) 1/12 C) 1/6 D) 6/35 E) 1

$\boxed{23}$ On place au hasard quatre personnes dans quatre salles d'attente numérotées 1 à 4. Sachant que les deux premières personnes ont été mises dans des salles différentes, trouver la probabilité qu'à la fin une des salles contienne exactement 3 personnes.

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{3}{16}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{16}$

$\boxed{24}$ Une boîte contient 5 boules rouges et 7 boules blanches. On retire au hasard 4 boules de la boîte. Sachant qu'on a tiré au moins deux boules blanches, trouver la probabilité d'avoir tiré trois blanches et une rouge.

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{5}{12}$ E) $\frac{7}{12}$

$\boxed{25}$ Soit A et B deux événements d'un même espace de probabilités.

Trouver $P(A^c \cap B^c)$ sachant que $P(A) = P(B) = \frac{1}{3}$ et $P(A \mid B) = \frac{1}{6}$.

A) $\dfrac{1}{6}$ B) $\dfrac{1}{3}$ C) $\dfrac{7}{18}$ D) $\dfrac{4}{9}$ E) $\dfrac{1}{2}$

$\boxed{26}$ Les événements exhaustifs A et B (c'est-à-dire $A \cup B = S$) sont définis sur le même espace de probabilités S. À partir de $P(A) = \dfrac{1}{4}$ et $P(A|B) = \dfrac{1}{5}$, calculer $P(B|A)$.

A) $\dfrac{15}{16}$ B) $\dfrac{1}{5}$ C) $\dfrac{3}{4}$ D) $\dfrac{1}{4}$ E) $\dfrac{3}{16}$

$\boxed{27}$ On vous convie à un rendez-vous avec un(e) charmant(e) étudiant(e) choisi(e) aléatoirement dans le groupe ayant les données ci-dessous. Vous le (la) rencontrez sous la neige. Ses cheveux sont complètement couverts. Cependant ses jolis yeux bleus vous souhaitent la bienvenue. Calculer la probabilité pour qu'il(elle) soit blond(e).

	couleur des cheveux		
couleur des yeux	blond	brun	noir
bleu	15	9	1
brun	8	12	0

A) $\dfrac{1}{3}$ B) $\dfrac{3}{5}$ C) $\dfrac{15}{23}$ D) $\dfrac{2}{5}$ E) $\dfrac{107}{405}$

$\boxed{28}$ Une enquête médicale sur les 937 décès en 2002 à l'hôpital Maisonneuve-Rosemont de Montréal montre qu'il y avait 210 décès dus à des problèmes cardiaques. De plus, 312 des 937 décès avaient des antécédents cardiaques familiaux. De ces 312, il y en a 102 qui sont décédés de problèmes cardiaques. Trouver la probabilité pour qu'une personne prise au hasard du groupe des 937 décès soit décédée de problèmes cardiaques sachant qu'elle n'avait aucun antécédent familial cardiaque.

A) 0.115 B) 0.173 C) 0.224 D) 0.327 E) 0.514

$\boxed{29}$ La probabilité de réussir l'examen P est 35%. La probabilité de réussir l'examen P, si on suit un cours préparatoire est de 45%. Le tiers des étudiants suivent un cours préparatoire.

Quelle est la probabilité de réussir si on ne suit pas un cours préparatoire ?

A) 0.30 B) 0.33 C) 0.25 D) 0.15 E) 0.20

$\boxed{30}$ La paresse est la cause de 40% des échecs dans le ACT2121. De plus 10% des étudiants échouent le cours et 20% des étudiants sont paresseux.
Trouver la probabilité de réussite des étudiants travaillants.

A) 1 B) 0.925 C) 0.850 D) 0.745 E) 0.800

$\boxed{31}$ Dans une urne, il y a 4 boules bleues et 4 boules rouges. On pige simultanément trois boules dans l'urne. Trouver la probabilité que les trois boules soient rouges sachant qu'au moins une des trois est rouge.

A) 1/13 B) 1/14 C) 1/28 D) 1/4 E) 3/8

$\boxed{32}$ Trois tireurs X, Y et Z atteignent une cible avec probabilité $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ et $\frac{3}{4}$, respectivement. Les trois tirent simultanément et on observe deux succès.

Quelle est la probabilité que X ait fait la «gaffe» ?

A) $\dfrac{6}{11}$ B) $\dfrac{1}{6}$ C) $\dfrac{1}{3}$ D) $\dfrac{11}{24}$ E) $\dfrac{1}{2}$

$\boxed{33}$ A envoie un courriel à B mais ne reçoit pas de réponse. Nous supposons qu'un courriel sur 100 est perdu et que si B a reçu le courriel de A, il lui a répondu.

Trouver la probabilité que B ait reçu le courriel.

A) $\dfrac{99}{199}$ B) $\dfrac{1}{100}$ C) $\dfrac{99}{10\,000}$ D) $\dfrac{101}{10\,000}$ E) $\dfrac{1}{50}$

$\boxed{34}$ Soit un groupe de 6 automobiles dont seulement 4 sont assurées. On suppose que pour chaque automobile assurée ou pas, et indépendamment des autres, la probabilité d'un accident durant l'année est 10%. Cette année exactement trois des six automobiles ont eu un accident. Trouver la probabilité que les 3 autos accidentées étaient assurées.

A) 0.20 B) 0.10 C) 0.045 D) 0.015 E) 0.003

$\boxed{35}$ Dans une urne, il y a 4 boules bleues et 4 boules rouges. On pige simultanément deux boules dans l'urne. Trouver la probabilité que les deux boules soient rouges sachant qu'au moins une des deux est rouge.

A) $\frac{3}{11}$ B) $\frac{4}{11}$ C) $\frac{5}{11}$ D) $\frac{5}{14}$ E) $\frac{3}{14}$