ACTUARIAT 1, ACT 2121, AUTOMNE 2013 #16

ARTHUR CHARPENTIER

$\boxed{1}$ Dans une petite compagnie d'assurance le nombre N de réclamations durant une année suit une loi de Poisson de moyenne $\lambda = 100$. On estime que le montant de toute réclamation est une variable aléatoire exponentielle de moyenne 1 000\$. Soit X le montant total des réclamations durant l'année. Trouver $E[X]$.

A) $\dfrac{1\,000\,000}{e}$ B) $1\,000e$ C) $100\,000$ D) $1\,000\,000$ E) $10\,000$

$\boxed{2}$ Pour le problème précédent, trouver $\text{Var}[X]$.

A) $1\,001\,000$ B) 10^7 C) 2×10^8 D) $1\,001 \times 10^5$ E) 10^8

$\boxed{3}$ Le nombre de réclamations d'une compagnie d'assurance suit une distribution de Poisson de moyenne 105 par année et le montant de chaque réclamation suit une loi uniforme sur l'intervalle $[150, 375]$. Calculer la variance du montant total des réclamations sur un an.

A) 7.674×10^6 B) 7.678×10^6 C) 7.682×10^6

D) 7.686×10^6 E) 7.69×10^6

$\boxed{4}$ Le nombre N de réclamations pour une compagnie d'assurance suit une loi de Poisson de paramètre λ. Le montant X de chaque réclamation suit une loi exponentielle également de paramètre λ. Soit T le montant total de toutes les réclamations. Trouver $E[T]$.

A) $\dfrac{1}{\lambda}$ B) $\lambda + \lambda^2$ C) λ^2 D) 1 E) λ

Pour T décrit dans le problème $\boxed{17}$, trouver $\mathrm{Var}[T]$.

A) λ B) $\dfrac{1}{\lambda}$ C) $\dfrac{2}{\lambda}$ D) $\dfrac{1}{\lambda^2}$ E) $1 + \dfrac{1}{\lambda}$

$\boxed{5}$ Pour une police d'assurance le nombre de réclamations est $N = 0, 1$ ou 2 avec probabilités communes de $\dfrac{1}{3}$. On connaît, à propos de la somme des 0,1 ou 2 réclamations, l'information suivante : $E[S|N = 0] = 0$, $\mathrm{Var}[S|N = 0] = 0$, $E[S|N = 1] = 10$, $\mathrm{Var}[S|N = 1] = 5$, $E[S|N = 2] = 20$ et $\mathrm{Var}[S|N = 2] = 8$ Trouver la variance de S.

A) $\dfrac{13}{3}$ B) $\dfrac{13}{2}$ C) 13 D) $\dfrac{200}{3}$ E) 71

$\boxed{6}$ Dans un portfolio de polices d'assurances automobile, il y a trois classes de conducteurs dans les proportions "haut risque" : 10%, "risque moyen" : 30%, "bas risque" : 60%. De plus, lorsqu'il y a réclamation le montant suit le tableau :

	Moyenne	Variance
Haut risque :	10	16
Risque moyen :	4	4
Bas risque :	1	1

Trouver la variance d'une réclamation aléatoire.

A) 3.4 B) 11.62 C) 18.84 D) 15.32 E) 10.96

$\boxed{7}$ Le nombre de réclamations suit une loi de Poisson de moyenne 3. Pour chaque réclamation le montant est uniformément distribué sur les entiers 1, 2, 3, 4, 5. Il y a indépendance entre le nombre et la grandeur des réclamations. Trouver la variance de la réclamation totale.

A) 36 B) 35 C) 34 D) 33 E) 32

$\boxed{8}$ Toutes les réclamations sont de montants égaux à 2 et le nombre N de réclamations suit une loi de Poisson de paramètre Λ. Cependant Λ est lui-même aléatoire et suit une loi exponentielle de moyenne 2.
Trouver la variance de la réclamation totale $S = X_1 + X_2 + \cdots + X_N$.

A) 24 B) 12 C) 8 D) 6 E) 4

$\boxed{9}$ La compagnie EXXON assure ses dix pétroliers géants. Pour chaque pétrolier il y a une probabilité 0.01 de réclamation, indépendamment des autres pétroliers. Le montant $X > 0$ d'une réclamation pour un pétrolier est une variable aléatoire continue de moyenne 500 et variance 2 500 (en millions de dollars). Trouver la variance de la réclamation totale pour ces dix polices.

A) 250 B) 2 500 C) 20 000 D) 22 500 E) 25 000

$\boxed{10}$ Soit X et Y deux variables aléatoires telles que pour tout $y > 0$ on a :

$$f_Y(y) = e^{-y}, \quad E[X|Y = y] = 3y \quad \text{et} \quad \text{Var}[X|Y = y] = 2$$

Trouver $\text{Var}[X]$.

A) 20 B) 11 C) 9 D) 5 E) 3

$\boxed{11}$ Dans un portfolio de polices d'assurances automobile, il y a trois classes de conducteurs dans les proportions “haut risque” : 20%, “risque moyen” : 30%, “bas risque” : 50%. De plus, lorsqu'il y a réclamation le montant suit le tableau :

	Moyenne	Variance
Haut risque :	10	9
Risque moyen :	4	4
Bas risque :	2	1

Trouver la variance d'une réclamation aléatoire.

A) 12.66 B) 10.55 C) 8.42 D) 7.32 E) 3.50

$\boxed{12}$ La probabilité qu'un téléviseur de la compagnie Itadonne, vendu dans une succursale prise au hasard, soit défectueux est une variable aléatoire, P, uniforme sur l'intervalle $[0,\ \frac{1}{4}]$. (i.e chaque succursale a une même valeur de P, prise au hasard). Un inspecteur de qualité prend au hasard 10 téléviseurs, dans une même succursale. Soit Y le nombre de téléviseurs défectueux. Trouver σ_Y, l'écart type de Y.

A) 1.83 B) 1.51 C) 1.25 D) 1.02 E) 0.72

$\boxed{13}$ Dans un portfolio A le nombre N de réclamations suit une loi de Poisson de paramètre 1.7 et chaque réclamation (indépendante de N et des autres) suit une loi uniforme sur l'intervalle [0, 3]. Dans le portfolio B, il y a un nombre fixe n de polices qui ont chacune une probabilité 0.2 d'engendrer une réclamation, aussi de grandeur aléatoire uniforme sur l'intervalle [0, 3]. Trouver la valeur de n pour que les variances des réclamations totales des deux portfolios soient égales.

A) 5 B) 10 C) 15 D) 20 E) 25