

ACTUARIAT 1, ACT 2121, AUTOMNE 2013 #14

ARTHUR CHARPENTIER

1] Les pertes de chacun des 25 assurés d'une petite compagnie d'assurance suivent une loi normale de moyenne 19 400 et écart-type 5 000. Trouver la probabilité que la moyenne des pertes des 25 assurés dépasse 20 000.

A) 0.01 B) 0.15 C) 0.27 D) 0.33 E) 0.45

2] Soit X et Y deux variables de loi $N(0, 1)$ chacune et telles que $\text{Cov}(X, Y) = 0.5$. Trouver $P(X + Y \leq \sqrt{3})$.

A) 0.11 B) 0.16 C) 0.84 D) 0.89 E) 0.96

3] Supposons que les notes sur 100 dans un cours suivent une loi normale de moyenne 67 et variance 225. Si le professeur accorde la lettre A à toute personne dont la note est entre 80 et 85, quel pourcentage des inscrits auront A ?

A) 20.8% B) 17.8% C) 12.8% D) 9.8% E) 7.8%

4] Supposons que les notes sur 100 dans le cours ACT1234 suivent une loi normale de moyenne 67 et variance 64. Si la classe comprend 50 étudiants, trouver la probabilité que personne n'obtienne plus de 90%.

- A) 10% B) 50% C) 90% D) 80% E) 40%

5] Dans un examen national suivi par des centaines de personnes, la note d'un étudiant pris au hasard suit une loi normale de moyenne 70 et variance 100. Les correcteurs décident du barème suivant :

$[90, \infty[\rightarrow A$; $[80, 90] \rightarrow B$; $[60, 80] \rightarrow C$; $[50, 60] \rightarrow D$; $] - \infty, 50] \rightarrow E$.

Sachant qu'un étudiant a obtenu C ou plus, trouver la probabilité qu'il ait eu B .

- A) 0.094 B) 0.184 C) 0.231 D) 0.124 E) 0.162

6] Soit X une variable aléatoire continue de loi normale $N(1, 4)$ (moyenne 1 et variance 4). Calculer $P(X^2 - 2X \leq 8)$.

- A) 0.56 B) 0.70 C) 0.87 D) 0.95 E) 0.25

7] Dans le programme d'actuariat de l'UQAM, la taille des étudiants (respectivement étudiantes) suit une loi normale de moyenne 160 cm (respectivement 150 cm) et écart-type 20 (respectivement 15). Si un étudiant et une étudiante sont choisis au hasard, trouver la probabilité que la somme de leur taille soit d'au moins 280 cm.

- A) 0.8413 B) 0.8849 C) 0.9452 D) 0.9641 E) 0.9772

8] Un joueur lance un dé bien équilibré. S'il fait 1 ou 2, il gagne 10\$; s'il fait 5 ou 6, il gagne 20\$; s'il fait 3 ou 4, il gagne un montant aléatoire X qui suit une loi normale de moyenne 30 et écart-type 10. Trouver la probabilité qu'à ce jeu le joueur gagne 15\$ ou moins.

- A) 0.64 B) 0.40 C) 0.36 D) 0.33 E) 0.13

9] Un certain travail est fait en trois étapes indépendantes consécutives. Les durées aléatoires en minutes des étapes suivent des lois normales de moyennes 15, 12 et 10 respectivement et d'écart-type 2, 2 et 1 respectivement. Trouver la probabilité que le travail au complet soit exécuté en moins de 43 minutes.

- A) 0.84 B) 0.64 C) 0.98 D) 0.93 E) 0.76

10] On estime que la grandeur aléatoire X d'un joueur professionnel de basketball de la NBA suit une loi normale de moyenne 220 (cm) et écart-type 20 (cm). Trouver la probabilité que parmi les 10 premiers joueurs à arriver à la rencontre annuelle des joueurs de la NBA, le troisième plus petit mesure plus de 185 cm.

- A) 0.05 B) 0.28 C) 0.99 D) 0.66 E) 0.94

11] Les données de l'ONU révèlent que le revenu annuel brut des familles dans le pays A (resp. le pays B) suit une loi normale de moyenne 18 000\$ (resp. 31 000\$) et d'écart-type 6 000\$ (resp. 8 000\$). Cent familles sont choisies au hasard dans chacun des deux pays. Trouver la probabilité que le revenu annuel moyen des cent familles du pays B dépasse par au moins 15 000\$ celui des cent familles du pays A .

- A) 2.28% B) 15.87% C) 50% D) 84.13% E) 99.72%

12] Des litres de lait 2% sont mis sur le marché par la compagnie Quiétubon. Le producteur prétend que le taux de gras suit une loi normale de moyenne 2 et écart-type 0.2. Un inspecteur prend aléatoirement 25 litres de lait. En supposant que le producteur dit vrai, trouver la probabilité que le taux de gras moyen dans ces 25 litres dépasse 2.05%.

- A) 0.163 B) 0.106 C) 0.095 D) 0.123 E) 0.215

13] Supposons que la taille (en pouces) des hommes d'une population soit distribuée normalement de moyenne $\mu = 70$ et de variance $\sigma^2 = 10$. Quelle devrait être la longueur d'un matelas pour qu'il puisse accommoder (i.e. les orteils ne dépassent pas!) 99% des hommes de la population? On rappelle que le 99^e percentile d'une loi $N(0, 1)$ est 2.326 (c'est-à-dire $\Phi(2.326) = 0.99$).

- A) 74.182 B) 76.041 C) 77.355 D) 79.642 E) 80.081

14 À l'hiver 2007, le cours ACT2121 est offert à deux groupes formés aléatoirement. Le groupe 20 (respectivement 21) comprend 70 (respectivement 60) inscrits. En supposant que la note d'un étudiant quelconque du ACT2121 suit toujours une loi normale de moyenne 72 et variance 25, trouver la probabilité que les moyennes des deux groupes diffèrent par 3 points ou plus.

- A) 0.9997 B) 0.6000 C) 0.0600 D) 0.0060 E) 0.0006

15 Le temps X pour développer une photo est une variable aléatoire de loi normale avec moyenne 15.4 secondes et écart-type 0.48 secondes. Trouver la probabilité que le temps pour développer la photo soit entre 15 et 15.8 secondes.

- A) 0.575 B) 0.595 C) 0.615 D) 0.635 E) 0.655

16 Soit X une variable aléatoire continue de loi normale $N(2, 4)$ (moyenne 2 et (14) variance 4). Calculer $P(X^2 - 2X \leq 8)$.

- A) 0.7772 B) 0.7950 C) 0.8185 D) 0.8371 E) 0.8532

17 Les données de Statistique Canada révèlent que le revenu annuel brut des familles du Québec (respectivement de l'Ontario) suit une loi normale de moyenne 68 000\$ (respectivement 81 000\$) et d'écart-type 6 000\$ (respectivement 8 000\$). Cent familles sont choisies au hasard dans chacune des deux provinces. Trouver la probabilité que le revenu annuel moyen des cent familles de l'Ontario dépasse par au moins 15 000\$ celui des cent familles du Québec.

- A) 2.28% B) 15.87% C) 50% D) 84.13% E) 99.72%

18 Dans un grand groupe de personnes on suppose que la grandeur des hommes (respectivement des femmes) suit une loi normale de moyenne 175 cm (respectivement 168 cm) et d'écart-type 8 cm (respectivement 6 cm). On choisit au hasard 5 hommes et 5 femmes pour la danse d'ouverture d'un bal. Trouver la probabilité que dans les cinq couples les femmes soient toujours plus grandes que leur partenaire.

- A) 0.00083 B) 0.0083 C) 0.083 D) 0.048 E) 0.242

19 Supposons que les notes sur 100 dans le cours ACT2025 suivent une loi normale de moyenne 69 et variance 49. Si la classe comprend 80 étudiants, trouver la probabilité que personne n'obtienne plus de 90%.

- A) 10% B) 50% C) 90% D) 80% E) 40%

20 Le temps X pour développer une photo est une variable aléatoire de loi normale avec moyenne 90 secondes et écart-type 4.8 secondes. Trouver la probabilité que le temps pour développer la photo soit entre 86 et 94 secondes.

- A) 0.625 B) 0.615 C) 0.605 D) 0.595 E) 0.585

21 Soit X et Y deux variables aléatoires indépendantes de loi normale avec $\mu_X = 3$, $\mu_Y = 5$, $\sigma_X = 3$ et $\sigma_Y = 4$.

Trouver la probabilité que $Y - X$ soit plus grand que 7.

- A) 0.03 B) 0.16 C) 0.42 D) 0.84 E) 0.97

22 Dans un grand groupe de personnes on suppose que la grandeur des hommes (respectivement des femmes) suit une loi normale de moyenne 175 cm (respectivement 168 cm) et d'écart-type 8 cm (respectivement 6 cm). Pour la danse d'ouverture d'un bal, on choisit au hasard 5 hommes et 5 femmes et formons 5 couples. Trouver la probabilité que dans les cinq couples les femmes soient toujours plus petites que leur partenaire.

- A) 99% B) 75% C) 52% D) 9% E) 25%